

iClass Study

ทบทวนบทเรียนคณิตศาสตร์ ม.ต้น

เรื่อง เอกนามและพหุนาม

ตอนที่ 1: ความหมาย และการ บวก/ลบ/คูณ/หาร



www.facebook.com/iclass.th

เอกนาม และ พหุนาม

(Expression) รูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

เอกนาม (Monomial) คือ **นิพจน์** ที่เป็นผลคูณระหว่างตัวเลข(ค่าคงที่) กับตัวแปรตั้งแต่ 1 ตัวขึ้นไป ซึ่งเลขชี้กำลังของแต่ละตัวแปรนั้น **ไม่น้อยกว่า 0** (มากกว่า หรือ เท่ากับ 0)

สัมประสิทธิ์ของเอกนาม

ดีกรีของเอกนาม

เอกนาม = **ตัวเลข** x ตัวแปร (ที่มีเลขชี้กำลังเป็น 0 หรือจำนวนเต็มบวก)

เช่น $5x$, $6a$, $10n$, $7kw$, $8xy$, $7x^2y$, $3abc$,
 9 , x , $0.54x$, πr^2 , $2\pi r$, $9x^2y^3$

ข้อควรระวัง! x^{-2} ไม่ใช่เอกนาม = $\frac{1}{x^2}$ คือ การหารเอกนามด้วยเอกนาม
พจน์(Term) ของพหุนาม **เศษส่วนของพหุนาม**

พหุนาม = **เอกนาม1** + เอกนาม2 + เอกนาม3 + ... เอกนามn

เช่น $-6y^3 + 3x^2y - 5x^2 + 3x - 9$ **พหุนามดีกรีกำลัง 3**

$4y^4 - x^2y - 6y^3 + 5x^2y + 2x^2$ **พหุนามดีกรีกำลัง 4**

*ข้อควรจำ:

$$1. a = (1)(a)$$

$$= a^1$$

$$= \frac{a}{1}$$

$$2. a^0 = 1$$

$$3. a^{-1} = \frac{1}{a^1}$$

$$= \frac{1}{a}$$



การบวก และการลบ

เอกนามคล้าย หมายถึง เอกนามที่มีชุดตัวแปรเหมือนกัน

เช่น

1. $4a + a - 5a$

2. $x^2 + 2x^2 - 3x^2$

3. $2y^3 - 4y^3$

4. $-x^2y + 5x^2y - 3x^2y$

- 1. ตัวแปร(ตัวอักษร)เหมือนกันทุกตัว
 - 2. ดักรี้(เลขชี้กำลังของ)ของแต่ละตัวแปรเท่ากัน
- *พจน์ที่คล้ายกัน (Like Term) ของพหุนาม

วิธีทำ  ให้นำ**เลขสัมประสิทธิ์**ของพจน์ที่คล้ายกันมาบวกหรือลบกันได้เลย

เช่น

1. $4a + a = 5a$

2. $6c + 3a - 5c = 3a + c$

3. $x^2 + 4x^2 - 3x^2 = 2x^2$

4. $4y^3 - x^2y - 6y^3 + 5x^2y + 2x^2 = -2y^3 + 4x^2y + 2x^2$

5. $6a^3b^2c - 9a^3cb^2 + 3xyz^2 + 3xy^2z = -3a^3b^2c + 3xyz^2 + 3xy^2z$

ผลลัพธ์ = พหุนามในรูปผลสำเร็จ (Polynomial in the simplest form)



การคูณเอกนามและพหุนาม

ตัวเลขคูณตัวเลข ตัวแปรคูณตัวแปร

สมบัติการแจกแจงหรือการกระจาย

เช่น

$$1. x(3x + 2y - 1) = (x)(3x) + (x)(2y) + (x)(-1) = 3x^2 + 2xy - x$$

$$2. -2(3x + 2y - 1) = (-2)(3x) + (-2)(2y) + (-2)(-1) = -6x - 4y + 2$$

$$3. 5x + 3y - (5x - 2y) = 5x + 3y + (-1)(5x) + (-1)(-2y) \\ = 5x + 3y - 5x + 2y$$

$$4. -2x(3x + 2y - 1) = (-2x)(3x) + (-2x)(2y) + (-2x)(-1) \\ = -6x^2 - 4xy + 2x$$

การคูณพหุนาม
ด้วย เอกนาม

*ข้อควรจำ:

$$1. -a = (-1)(a) = \frac{a}{(-1)}$$

$$2. (a^m)(a^n) = a^{m+n}$$



การคูณพหุนามกับพหุนาม

นำสมบัติการแจกแจงหรือการกระจายมาใช้ โดย การกระจายเอกนามของตัวตั้ง เข้าไปในพหุนามของตัวคูณด้วยทีละตัว แล้วนำมาบวกกัน

เช่น 1. $(x + 2)(x + 3) = (x)(x) + (x)(3) + (2)(x) + (2)(3)$
 $= x^2 + 3x + 2x + 6$
 $= x^2 + 5x + 6$

2. $(2x - 2)(y - 3) = (2x)(y) + (2x)(-3) + (2)(y) + (2)(-3)$
 $= 2xy - 6x + 2y + 6$
 $= -4x + 2xy + 6$

3. $(x^2y + 2xy^2 - 3y^2)(x - 5) = (x)(x^2y) + (x)(2xy^2) + (x)(-3y^2)$
 $+ (-5)(x^2y) + (-5)(2xy^2) + (-5)(-3y^2)$
 $= x^3y + 2x^2y^2 - 3xy^2 - 5x^2y - 10xy^2 + 15y^2$
 $= x^3y + 2x^2y^2 - 13xy^2 - 5x^2y + 15y^2$
 $= x^3y + 2x^2y^2 - 5x^2y - 13xy^2 + 15y^2$



การหารพหุนาม

ตัวเลขหารตัวเลข ตัวแปรหารตัวแปร

แบบที่ 1: การทักล้างเลขชี้กำลังของเอกนามหรือพหุนามที่เหมือนกัน (เปลี่ยนเลขยกกำลังเป็นจำนวนลบ)
👉 หรือเปลี่ยนตัวหารเป็นตัวคูณ โดยการคูณเลขชี้กำลังของตัวแปร ด้วย -1

$$\begin{aligned} \text{เช่น } 9x^3 \div 3x^2 &= \frac{9x^3}{3x^2} = \frac{(3)(x)(x)(x)}{(3)(x)(x)} = 3x \\ &\text{หรือ} = \frac{3x^3}{x^2} \\ &= (3x^3)(x^2)^{-1} \\ &= (3x^3)(x^{(2)(-1)}) \\ &= (3x^3)(x^{-2}) \\ &= (3)(x^3)(x^{-2}) \\ &= 3(x^{3+(-2)}) \\ &= 3x^1 = 3x \end{aligned}$$

นั่นคือตัวแปรเหมือนกัน
ให้เอาเลขชี้กำลังมาลบกัน

*ข้อควรจำ:

1. $(a^m)^n = a^{(m)(n)}$
2. $(ab)^n = a^n b^n$
3. $(a^m)(a^n) = a^{m+n}$
4. $a^{-1} = \frac{1}{a^1}$
 $= \frac{1}{a}$



การหารพหุนาม

$$(16x^2 - 8xy) \div (2x) = \frac{16x^2 - 8xy}{2x} = \frac{16x^2}{2x} + \frac{(-8)xy}{2x}$$
$$= \frac{16(x)(x)}{2x} + \frac{(-8)xy}{2x} = 8x - 4y$$

วิธีนี้นิยมเท่ากับตัวหารที่เป็นเอกนาม

หรือ $= \frac{16x^2}{2x} + \frac{(-8)xy}{2x}$

$$= 8(x^2)(x^{-1}) + (-4)(x^1)(x^{-1})y$$
$$= 8(x^{2-1}) + (-4)(x^{1-1})y$$
$$= 8(x^1) + (-4)(x^0)y = 8x - 4y$$

หรือ...ใช้วิธีการแยกตัวประกอบหา

พจน์ที่คล้ายกันออกมาเพื่อให้หาร 1 ลงตัว (หักล้างกันหมดไป)

$$= \frac{16x^2 - 8xy}{2x} = \frac{2x(8x - 4y)}{2x} = 8x - 4y$$

👉 $(2x^3 - x^2 - 8x + 15) \div (x - 2) = ?$

*ข้อควรรำ:

1. $(a^m)^n = a^{(m)(n)}$
2. $(ab)^n = a^n b^n$
3. $(a^m)(a^n) = a^{m+n}$
4. $a^0 = 1$
5. $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$



การหารพหุนาม

แบบที่ 2 : การตั้งหารยาว $(2x^3 - x^2 - 8x + 15) \div (x - 2) = ?$

หาพจน์ที่คล้ายกัน
กับพจน์หน้าสุดของตัวตั้ง

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 3x - 2 \\ x - 2 \overline{) 2x^3 - x^2 - 8x + 15} \\ \underline{2x^3 - 4x^2} \\ 3x^2 - 8x + 15 \\ \underline{3x^2 - 6x} \\ -2x + 15 \\ \underline{-2x + 4} \\ \underline{11} \end{array}$$

$$\text{ผลลัพธ์} = 2x^2 + 3x - 2 + \frac{11}{x - 2}$$



การหารพหุนาม

วิธีทำ...

แบบที่ 3: การหารสังเคราะห์

$$(2x^3 - x^2 - 8x + 15) \div (x - 2) = ?$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 2x^3 & -x^2 & -8x & +15 \\
 2 & -1 & -8 & +15 \\
 \hline
 & 4 & 6 & -4 \\
 \hline
 2 & 3 & -2 & 11
 \end{array}$$

$$= 2x^2 + 3x - 2 \text{ เศษ } 11$$

$$\text{หรือ } 2x^2 + 3x - 2 + \frac{11}{x-2}$$

- เรียงลำดับแต่ละพจน์ของพหุนามตัวตั้งจากดีกรีมาก \rightarrow น้อย
- นำเฉพาะค่าสัมประสิทธิ์(ตัวแปร)มาเขียนเรียงกันตามกำลังดีกรี
*หากมีพจน์ที่ดีกรีขาดช่วงไปให้ใส่เลข 0 ลงในลำดับนั้น
- พิจารณา พหุนามตัวหาร $x-c \rightarrow$ แล้วให้ใช้ c เป็นตัวหาร
- ดึงสัมประสิทธิ์ตัวแรกของตัวตั้งลงมาในบรรทัดผลบวก
- นำตัวหารมาคูณผลบวกตัวล่าสุด \rightarrow แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้มาเป็นตัวบวกของสัมประสิทธิ์ตัวถัดไป
- จากนั้นนำผลบวกล่าสุดที่ได้ มาคูณกับตัวหาร \rightarrow ผลคูณที่ได้ก็ให้นำไปเป็นตัวบวกของสัมประสิทธิ์ตัวถัดไป (ทำข้อ 5 และ 6 วนไป)
- ผลลัพธ์ตัวสุดท้ายคือเศษเหลือจากการหาร และผลลัพธ์ที่เหลือข้างหน้าคือผลหาร ที่เป็นพหุนามดีกรีน้อยกว่าตัวตั้งอยู่หนึ่งดีกรี



การหารพหุนาม

ทฤษฎีบทเศษเหลือ (Remainder Theorem)

เศษที่ได้จากการหารคือ $P(c)$

$$(2x^3 - x^2 - 8x + 15) \div (x - 2) = 2x^2 + 3x - 2 \text{ เศษ } 11 \leftarrow P(2)$$

พหุนาม $P(x)$

ตัวหารในรูปแบบ $(x - c)$ โดยที่ c คือจำนวนจริงใดๆ
 $\rightarrow c = 2$

จากโจทย์ $(2x^3 - x^2 - 8x + 15) \div (x - 2)$

วิธีทำ

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 8x + 15 \text{ และ } c = 2$$

$$\begin{aligned} P(c) = P(2) &= 2(2)^3 - (2)^2 - 8(2) + 15 \\ &= 16 - 4 - 16 + 15 \\ &= 11 \leftarrow \text{เศษเหลือ} \end{aligned}$$

จากโจทย์ $(x^3 + x^2 - 8x - 12) \div (x + 2)$

วิธีทำ

$$P(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$$

$$x - c \text{ คือ } x + 2 = x - (-2) \rightarrow c = -2$$

$$\begin{aligned} P(c) = P(-2) &= (-2)^3 + (-2)^2 - 8(-2) - 12 \\ &= -8 + 4 + 16 - 12 \\ &= 0 \leftarrow \text{เศษเหลือ} \text{ *การลงตัว} \end{aligned}$$

$$(x+2)(x+2)(x-3) = x^3 + x^2 - 8x - 12$$

จะได้ว่า $(x + 2)$ หาร $x^3 + x^2 - 8x - 12$ ลงตัว
 $\rightarrow (x+2)$ เป็นตัวประกอบของ $x^3 + x^2 - 8x - 12$



iClass Study

ขอบคุณที่รับชมนะครับ!

โปรดติดตามตอนที่ 2: เศษส่วนพหุนาม และ
การแยกตัวประกอบของพหุนาม



www.facebook.com/iclass.th